

$$e^{-x}y'' + \frac{y' - y}{x} = 3y$$

1. diferansiyel denklemi için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?
 I. 2. mertebededir II. 2. derecedendir III. Değişken katsayılıdır IV. Homojendir

- A) II-III
 B) I-III
 C) I-II-III
 D) I-III-IV
 E) I-IV

$$e^{-x}y'' + \frac{1}{x}y' - \frac{y}{x} = 3y$$

$$e^x y'' + \frac{1}{x}y' + (-\frac{1}{x} - 3)y = 0$$

homojen

2. c_1, c_2, c_3 ve c_4 keyfi sabitler olmak üzere $c_1y = c_2e^{2x+c_3} + c_4e^{2x}$ ifadesi kaçınıcı mertebeden bir diferansiyel denklemin genel çözümüdür?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5

$$c_1y = e^{2x} (c_2e^{c_3} + c_4)$$

$$c_1y = ae^{2x}$$

$$y = \frac{a}{c_1}e^{2x} \Rightarrow y = be^{2x}$$

b keyfi sabit

3. $y'' - 1 = e^x$ denkleminin $y(0) = 0, y'(0) = 1$ koşulunu sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = e^x + x - 1$
 B) $y = e^x - 1$
 C) $y = e^x + \frac{x^2}{2} + x$
 D) $y = e^x + \frac{x^2}{2} - 1$
 E) $y = \frac{e^x}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}$

$$y'' = e^x + 1$$

$$d(y') = (e^x + 1)dx$$

$$y' = e^x + x + c_1$$

$$dy = (e^x + x + c_1)dx$$

$$y = e^x + \frac{x^2}{2} + c_1x + c_2$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow 0 = 1 + c_2 \Rightarrow c_2 = -1$$

$$y'(0) = 1 \Rightarrow 1 = 1 + c_1 \Rightarrow c_1 = 0$$

$$y = e^x + \frac{x^2}{2} - 1$$

4. $u = u(x)$ olmak üzere $y = ux$ dönüşümü aşağıdaki denklemlerden hangisine uygulanırsa denklem değişkenlerine ayrılmış olur?

- A) $x^2y' = 4y^2 + xy$
 B) $(x+y)y' = 2(x-1)$
 C) $y' = x+y$
 D) $y' = x+y+1$
 E) $xy' = y+1$

$$y = ux \quad \text{HD denkleme uygulanınca DA olur}$$

aynı dereceden olurken için denklemin homojen dif denktir

5. Aşağıdakilerden hangisi $xy' + 2y = 5x$ denklemini için bir integral çarpanıdır?

- A) e^x
 B) x
 C) $\frac{1}{x}$
 D) e^{x^2}
 E) $x^2 + 1$

Faktör x e göre verildi integral çarpanı x e bölülmeli

$$x dy + (2y - 5x) dx = 0$$

$$My = 2y$$

$$Nx = 1$$

$$\frac{My - Nx}{N} = \frac{1}{x} \int \frac{1}{x} dx = \ln x$$

$$\Rightarrow \lambda(x) = e^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

$$\lambda(x) = x \text{ Iğdır}$$

6. $y' - (\cos x)y = 2xe^{\sin x}$, $y(0) = 1$ başlangıç değer problemi verilsin. Buna göre $y(\pi) = a$ ise a değeri kaçtır?

- A) $\pi - 1$
 B) $\pi + 1$
 C) π^2
 D) $\pi^2 + 1$
 E) $\pi^2 - 1$

$y' + p(x)y = Q(x)$ formunda olduğu için LD dir

$\lambda(x) = e^{\int -\cos x dx} = e^{-\sin x}$ olmak üzere genel çözüme

$$e^{\sin x} \cdot y = \int 2xe^{\sin x} e^{-\sin x} dx + C$$

$$y(0) = 1 \Rightarrow 1 \cdot 1 = 0 + C$$

$$e^{\sin x} \cdot y = x^2 + C \text{ olur.}$$

$$1 \cdot 1 = \pi^2 + 1 \Rightarrow a = \pi^2 + 1$$

7. $y' + \frac{x}{y} = y(1-x)$ denklemini için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Lineer diferansiyel denklemdir
 B) Homojen diferansiyel denklemdir
 C) Tam diferansiyel denklemdir
 D) Bernoulli diferansiyel denklemdir
 E) Değişkenlerine ayrılabilir diferansiyel denklemdir

$$y' - (1-x)y = -x \cdot y^{-1}$$

$y' + p(x)y = Q(x)y^n$ formunda olup

$n = -1$ için BD dir

8. $p(x)$ ve $q(x)$ keyfi fonksiyonlar ve n bir gerçel sayı olmak üzere $y' + p(x)y = q(x)y^n$ diferansiyel denklemini ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $n \neq 0$ veya $n \neq 1$ ise Bernoulli denklemdir ✓

B) $n = 1$ ise değişkenlerine ayrılabilir ✓ $\Rightarrow y' = (q(x) - p(x))y \Rightarrow \frac{dy}{y} = (q(x) - p(x))dx$

C) $n = 0$ ise lineerdir ✓ $\Rightarrow y' + p(x)y = q(x)$

D) $p(x) = 0$ ise değişkenlerine ayrılabilir ✓ $\Rightarrow y' = q(x)y^n \Rightarrow \frac{dy}{y^n} = q(x)dx$

E) $n = 2$ ise lineerdir y^2 lineer olmaz

9. $M(x, y)dx + (xy^2 - 2x^2)dy = 0$ denklemini tam diferansiyel denklemin olduğuna göre $M(x, y)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{xy^3}{3} - 4xy + x^2$

B) $\frac{x^2y^2}{2} - x^2 + y^2$

C) $xy^2 - 4x + y$

D) $\frac{y^3}{3} - 4xy + x^2$

E) $\frac{y^3}{3} - 2x^2 + y^2$

TD ise $M_y = N_x$ olmalıdır

$$N_x = \frac{\partial N}{\partial x} = y^2 - 4x$$

$$M_y = y^2 - 4x \Rightarrow M(x, y) = \int (y^2 - 4x) dy + h(x)$$

$$M(x, y) = \frac{y^3}{3} - 4xy + h(x)$$

$$\begin{matrix} x \\ x^2 \\ x-1 \\ \frac{1}{x} \end{matrix}$$

10. $ydx + (x-2y)dy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y + x - y^2 = c$

B) $xy + \frac{1}{2}(x-2y)^2 = c$

C) $y^2 + xy = c$

D) $xy - y^2 = c$

E) $x^2y + y^2 = c$

$M_y = 1$
 $N_x = 1$ olduğundan TD dir

$$ydx + xdy - 2ydy = 0$$

$$d(xy) - 2ydy = d(c)$$

$$xy - y^2 = c$$

1. $(y^2 + xy)dx + x(2x + 5y)dy = 0$ denklemi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Değişkenlerine ayrılabilir diferansiyel denklemdir
 B) Tam diferansiyel denklemdir
 C) Homojen diferansiyel denklemdir
 D) Lineer diferansiyel denklemdir
 E) Bernoulli diferansiyel denklemdir

$(y^2 + xy)dx + (2x^2 + 5xy)dy = 0$
 2. derece 2. derece

aynı dereceli olduğundan homojen denklemdir

2. $p(x)$ ve $q(x)$ keyfi fonksiyonlar ve n bir gerçel sayı olmak üzere $y' + p(x)y = q(x)y^n$ diferansiyel denklemi ile ilgili aşağıdakilerde hangisi yanlıştır?

- A) $n \neq 0$ veya $n \neq 1$ ise Bernoulli denklemdir ✓
 B) $n = 1$ ise değişkenlerine ayrılabilir ✓ $\Rightarrow y' = (q(x) - p(x))y \Rightarrow \frac{dy}{y} = (q(x) - p(x))dx$
 C) $n = 0$ ise lineerdir ✓ $\Rightarrow y' + p(x)y = q(x)$
 D) $p(x) = 0$ ise değişkenlerine ayrılabilir ✓ $\Rightarrow y' = q(x)y^n \Rightarrow \frac{dy}{y^n} = q(x)dx$
 E) $n = 2$ ise lineerdir —

3. $y' = \frac{\sin x}{y}$, $y(0) = -\sqrt{5}$ başlangıç değer problemi verilsin. Buna göre $y(\pi)$ değeri kaçtır?

- A) -3
 B) -2
 C) -1
 D) 0
 E) 1

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{y} \Rightarrow y dy = \sin x dx$ DA
 $\frac{y^2}{2} = -\cos x + C$ genel çözümler
 $y(0) = -\sqrt{5} \Rightarrow \frac{5}{2} = -1 + C \Rightarrow C = \frac{7}{2}$
 $y(\pi) = a$ ise $\frac{a^2}{2} = 1 + \frac{7}{2} \Rightarrow a^2 = 9$
 $a = \pm 3$

4. Aşağıdakilerden hangisi $y' + e^{2x} = -3y$ denklemi için bir integral çarpanıdır?

- A) e^{2x}
 B) e^{3x}
 C) $\sin 3x$
 D) $\cos 3x$
 E) $e^{3x} + 1$

$1 \cdot dy + (e^{2x} + 3y)dx = 0$
 şıklar N x göre $M_y = 3$ $N_x = 0$ $\Rightarrow \frac{M_y - N_x}{N} = 3 \Rightarrow \lambda(x) = e^{\int 3 dx} = e^{3x}$

5. $(2x - y)dx - (x - 2y)dy = 0$ denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 - xy + x^2 = c$
 B) $2xy - x^2 + y^2 = c$
 C) $2xy - x^2 + y = c$
 D) $y^2 - 2xy + x^2 = c$
 E) $x^2 + xy + y^2 = c$

$M_y = -1$ $N_x = -1$ \Rightarrow olduğundan TD dir
 $2x \cdot dx - y \cdot dx - x \cdot dy + 2y \cdot dy = 0$
 $2x \cdot dx - d(xy) + 2y \cdot dy = d(c) \Rightarrow x^2 - xy + y^2 = c$

6. c_1, c_2, c_3, c_4 ve c_5 keyfi sabitler olmak üzere $c_1 y = c_2 e^{2x-c_3} + c_4 e^{2x} - c_5$ ifadesi kaçınıcı mertebeden bir diferansiyel denklemin genel çözümüdür?

- A) 1

$c_1 y = e^{2x} (c_2 \cdot \frac{e^{-c_3}}{a} + c_4) - c_5$
 $y = \frac{a}{c_1} e^{2x} - \frac{c_5}{c_1}$
 $y = b_1 e^{2x} + b_2$, b_1, b_2 iki keyfi sabit var

- B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

7. $(y^2 - 2xy)dx + N(x, y)dy = 0$ denklemini tam diferansiyel denklem olduğuna göre $N(x, y)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y^2 - 2xy + x^2$
B) $2xy - x^2 + x$
C) $2xy - x^2 + y$
D) $y^2 - 2xy + y$
E) $x^2 - 2xy + y$

TDisc $M_y = N_x$ olmalıdır
 $M_y = 2y - 2x$ olduğundan

$$\frac{\partial N}{\partial x} = N_x = 2y - 2x \Rightarrow N(x, y) = \int (2y - 2x) dx + h(y)$$

$$N(x, y) = 2xy - x^2 + h(y)$$

8. $y' + xy = \sqrt{y} \cos x$ diferansiyel denkleminin aşağıdaki dönüşümlerden hangisi uygulanırsa denklem lineer olur?

- A) $u = y$
B) $u = \sqrt{y}$
C) $u = y^2$
D) $u = y^3$
E) $u = y^{-2}$

$$y' + P(x)y = Q(x)y^n \quad \text{BD dir}$$

$$n = \frac{1}{2} \text{ için BD olur.}$$

$$u = y^{1-n} = y^{1-\frac{1}{2}} = y^{1/2} = \sqrt{y} \quad \text{denlemi ile LD ye indirgenir}$$

9. $x^{-1}y'' + \frac{y' - xy}{x} = 2 - y$ diferansiyel denklemini için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I. 2. mertebededir II. 2. derecedendir III. Lineerdir IV. Homojendir

- A) II-III
B) I-III
C) II-III-IV
D) I-III-IV
E) I-IV

$$\frac{y''}{x} + \frac{y'}{x} - y = 2 - y \quad \text{2M, 1D}$$

$$\frac{y''}{x} + \frac{y'}{x} = 2 \Rightarrow y'' + y' = 2x \quad \text{homojen değil}$$

10. $y'' = 6x^2$ denkleminin $y(0) = 1, y'(0) = 0$ koşulunu sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2x^2 + 1$
B) $y = \frac{x^4}{2} + x + 1$
C) $y = \frac{x^4}{2} + 1$
D) $y = \frac{x^4}{2} + x$
E) $y = \frac{x^3}{6} + 1$

$$y'' = 6x^2$$

$$d(y') = 6x^2 dx$$

$$y' = 2x^3 + C_1$$

$$d(y) = (2x^3 + C_1) dx$$

$$y = \frac{x^4}{2} + C_1 x + C_2$$

$$y(0) = 1 \Rightarrow 1 = C_2$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow 0 = 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$y = \frac{x^4}{2} + 1$$